Särtryck ur: Årsbok 2016 KVHAA
Stockholm 2016 (ISBN 978-91-7402-452-4, ISSN 0083-6796)

DAG PRAWITZ

Lewis Carrolls berättelse om Akilles och Sköldpaddan eller *Om giltigheten hos deduktiva slutledningar*

SLUTLEDNINGAR, DET VILL SÄGA verksamheten att dra slutsatser från premisser som hålls för sanna eller antas vara sanna, är något som vi alla utför dagligen. Även djur gör slutledningar. Förmågan att göra sådana är ett väsentligt inslag i deras utrustning.

De flesta slutledningar som vi gör är *automatiska*, de går så att säga av sig själva, utan att vi är medvetna om dem, och visar sig endast i vårt beteende. För ett helt vardagligt exempel kan vi föreställa oss en person som är på väg att lyfta en vattenkokare, men hejdar sig då hon märker att den kokat torrt. Hennes beteende kan inte förklaras av att hon direkt erfarit att vattenkokaren är brännhet, för hon har ju undvikit att ta på den. Så varför hejdar hon sig? Det rimliga svaret är att hon slutit sig till att den är brännhet efter att ha iakttagit att den kokat torrt; hon förväntade sig att den var brännhet på grund av den iakttagelsen. Slutsatser av detta enkla slag verbaliserar vi sällan, men de finns där, omedvetna, och styr vårt beteende. Förmågan att göra sådana automatiska slutledningar är gemensam för människor och djur.

Människor gör därtill vad vi kan kalla *reflektiva slutledningar*. Vi kan vara medvetna om att vi gör en slutledning, eller bli medvetna om att vi gjort en, och reflektera över detta. Psykologer talar här om två mentala system. Några kallar dem helt enkelt för *System 1* och *System 2*, en terminologi som nobelpristagaren Daniel Kahneman nyligen gjord känd genom sin bok *Tänka, snabbt och långsamt*. System 1, som vi delar med djuren, är ständigt påkopplat och reagerar snabbt på omgivningen genom att bland annat göra slutledningar som kommer automatiskt utan någon viljeansträngning. System 2 arbetar långsammare och kräver medveten uppmärksamhet. Det kopplas på med en viss ansträngning. Det sanktionerar vanligen vad System 1 gör, men kan också kritiskt granska System 1:s verksamhet och korrigera eller underkänna dess slutledningar.

Det finns också en annan, äldre och kanske mera välkänd indelning av slutledningar i *induktiva* och *deduktiva*. Denna distinktion har beskrivits på litet olika sätt. Den viktiga skillnaden är att en deduktiv slutledning är, som man säger, *bindande*, medan en induktiv slutledning ger ett svagare stöd till sin slutsats; den framstår som endast mer eller mindre sannolik givet att premisserna är sanna.

Aristoteles, som var den första att tydligt urskilja deduktiva slutledningar, karakteriserade en sådan genom att säga att dess slutsats följer med nödvändighet från premisserna. I hans efterföljd har en slutledning traditionellt definierats som deduktivt giltig, om det nödvändigtvis gäller att om premisserna är sanna så är också slutsatsen sann, eller med andra ord om det omöjligen kan gälla att premisserna alla är sanna medan slutsatsen är falsk. Man kan ställa flera frågor kring denna definition, bland annat vad den här nödvändigheten eller omöjligheten innebär.

Jag ska återkomma till detta men låt mig först ge en aktuell illustration av distinktionen induktiv/deduktiv. Jag ska hämta den från datorvärlden. Det finns två olika sätt att verifiera att datorprogram är korrekta, vilket är ett alltmer akut problem när så mycket hanteras idag av datorer, alltifrån våra bankärenden och kortbetalningar till järnvägarnas signalsystem och kärnkraftverkens ventiler. Felprogrammeringar är mycket vanliga och kan få katastrofala följder. Det vanligaste sättet att säkerställa att ett program är korrekt är att testa det genom att köra det för ett antal olika ingångsvärden och kontrollera att utfallen blir de avsedda.

Detta ger ett induktivt stöd till att programmet är riktigt, men utesluter naturligtvis inte att det finns andra icke testade fall i vilka programmet beter sig felaktigt. För att utesluta det måste man deduktivt bevisa att programmet uppför sig såsom avsett. Detta är idag en bokstavligen livsviktig användning av deduktiva slutledningar, till exempel för att visa att styrprogrammet för tågsignalerna inte kan ge grönt ljus för två tåg som går mot varandra på samma räls. Men ett sådant bevis kräver en konceptuell analys som inte alltid är så lätt att få till, och ofta nöjer man sig därför med ett induktivt förfarande.

En mera lättsam illustration av distinktionen induktiv/deduktiv kan hämtas från tidsfördrivens värld: korsord löser man induktivt genom ett antal gissningar, medan japansk sudoku löses genom en serie deduktiva slutledningar.

Vi kan korsa de två distinktionerna, automatiska kontra reflektiva och induktiva kontra deduktiva slutledningar. Det finns slutledningar av alla de fyra slag som vi då får. En automatisk slutledning kan till exempel vara deduktivt giltig. Ett tänkbart exempel på en sådan slutledning utförd av en hund gavs av Krysippos, en av de ledande stoikerna från 200-talet före Kristus. Hunden följer efter sin husse som gått före på en väg. När hunden kommer till ett vägskäl, sniffar han omsorgsfullt längs det ena möjliga vägvalet men finner inget lukt av husse. Han ger sig då plötsligt av längs den andra vägen utan att sniffa på den.

Jag låter det vara osagt om hundar verkligen beter sig så. Men utan tvekan gör människor ofta automatiska slutledningar av mycket liknande slag, när vi omedvetet håller en disjunktion ”*A* eller *B*” för sann och automatiskt drar slutsatsen *B* efter att ha konstaterat att *A* är falsk. Slutledningen från premisserna ”*A* eller B” och ”icke-*A*” till slutsatsen *B* är uppenbart deduktivt giltig i traditionell bemärkelse – om premisserna är sanna så måste också slutsatsen vara det – men vi kan vara helt omedvetna om att vi gjort en sådan slutledning.

Att slutledningar sker skyndsamt är ofta en förutsättning för adekvata handlingar, och det är därför ändamålsenligt att de kan utföras av ett biologiskt system som arbetar automatiskt och därmed snabbt. Men människans förmåga att dessutom göra reflektiva slutledningar har också inneburit en evolutionär fördel. När vi blir medvetna om en slutledning som vi gjort automatiskt kan vi kritiskt granska såväl det stöd vi har för premisserna som riktigheten hos själva slutledningen, och vi får då möjlighet att underkänna slutledningen och inhibera en olämplig handling som annars skulle ha följt.

De reflektiva slutledningarna utgör dessutom det instrument med vars hjälp vi skaffar oss indirekt evidens och därigenom utökar den kunskap vi får direkt genom våra vanliga sinnen. Man förväntar sig av en ansvarig person som gör ett påstående eller fäller ett omdöme att hon har någon form av evidens eller grund för det hon påstår eller håller för sant. Den kan komma från vad hon har sett eller hört, och man talar då om *direkt* evidens eller grund. Men för mycket av det vi påstår eller anser oss veta är våra grunder *indirekta*, och vi får dem just genom reflektiva slutledningar, såväl induktiva som deduktiva.

Det finns språkliga markörer som anger att ett påstående är grundat på indirekt evidens. Vi använder ofta ”måste”, det modala hjälpverbet för nödvändighet, som en sådan markör. En brottsundersökning kan till exempel avslutas med påståendet ”NN måste vara gärningsmannen”, men om NN grips på bar gärning uttrycker man sig inte med ”måste” på detta sätt. Vad som markeras är således inte påståendets säkerhet utan just att man genom slutledningar kommit fram till vem som är gärningsmannen. Det behöver inte här vara fråga om någon Aristotelisk nödvändighet eller om några helt bindande grunder.

Reflektiva slutledningar som är deduktivt giltiga har däremot som redan antytts egenskapen att de grunder som de levererar för sina slutsatser är bindande, förutsatt förstås att vi har sådana grunder för premisserna. Detta är en ganska märklig egenskap, måste man säga, särskilt med tanke på hur osäkert det mesta är i vår värld. Fortsättningsvis ska jag framför allt uppehålla mig vid slutledningar med denna märkliga egenskap, men det större landskap av olika slag av slutledningar som jag nu inledningsvis har skisserat kan vara bra att ha såsom bakgrund.

Deduktiva slutledningar i systematiskt bruk

Vi har nog gjort reflektiva deduktiva slutledningar lika länge som vi haft ett välutvecklat språk med sammansatta satser. Enklare sådana kräver inte någon större ansträngning. En slutledning av det slag som jag nyss gav exempel på, som gick från två premisser av formen ”*A* eller *B*” respektive ”icke-*A*” till slutsatsen *B*, passerar vanligen ganska obemärkt, även i de fall då den är medveten – den ses som en självklarhet som vi inte gör någon större affär av.

Systematisk användning av deduktiva slutledningar i längre resonemang är emellertid en relativt ung företeelse och tycks kunna dateras till den antika grekiska kulturen. Som bekant blev det där vanligt att man inom politiken, rättsväsendet och filosofin argumenterade för sina ståndpunkter, och en del av argumenten var deduktiva. Det blev också vanligt att försöka vederlägga andras ståndpunkter genom att från dem sluta sig till motsägelser. Zenons paradoxer om bland annat Akilles och sköldpaddan är välkända exempel på det; Zenon ville med dem gendriva motståndarna till sin lärare Parmenides tes om rörelsens omöjlighet.[1]

Mest påfallande är bruket av deduktiva slutledningar inom grekisk matematik. Redan de egyptiska och babyloniska kulturerna hade en ganska välutvecklad matematik. Till exempel kände de Pytagoras sats om hur sidorna i en rätvinklig triangel förhåller sig till varandra, alltså att summan av kvadraterna på sidorna som omger den räta vinkeln är lika med kvadraten på den tredje sidan. Babylonierna använde sig av detta sammanband som en universell sanning, vilket framkommit genom otaliga lertavlor som grävts upp ur jorden i nuvarande Irak. Men man har hos dem aldrig hittat ens en ansats till ett bevis för att detta samband alltid gäller.

Det nya med den grekiska matematiken var just att man började deduktivt bevisa sina påståenden, till exempel det vi nu kallar Pytagoras sats. Det blev snart norm inom matematiken att varje påstående krävde ett sådant bevis.

Detta var något som starkt imponerade på den tidens filosofer såsom Platon och Aristoteles. Hur kunde det alls vara möjligt att genom rent tänkande, utan några empiriska mätningar och observationer, bara deduktiva resonemang, komma fram till universellt giltiga geometriska samband, som dessutom blev helt säkerställda på detta sätt? Platons idélära är bland annat ett försök att förklara hur detta kan komma sig.

Idag är vi inte lika förundrade som Platon. Vi har vant oss vid att det finns något som heter logiskt eller deduktivt giltiga slutledningar. En mansålder efter Aristoteles genomförde Euklides i sitt verk *Elementa* en axiomatisk utveckling av hela den då kända matematiken, det vill säga han härledde alla dess påståenden deduktivt från ett antal evidenta axiom, och idag är våra föreställningar om inte bara matematik och filosofi utan om vetenskap och rationellt tänkande i allmänhet intimt förknippade med tanken att vissa utsagor följer logiskt av andra. Visserligen tillåter vi oss ofta underförstådda premisser och bemödar oss sällan om att utveckla våra resonemang helt deduktivt, men vanligen erkänner vi utan omsvep logiska luckor när någon pekar på dem och ser logisk stringens som en prövosten på ett resonemangs hållbarhet. Oavsett ambitionsgrad vad gäller egna resonemang tar vi det vanligen som en självklarhet att det finns något sådant som helt bindande slutledningar. Men det finns fortfarande skäl att förundra sig över deras existens, för som jag nu ska försöka påvisa har vi ännu svårigheter med att förklara dem.

Ett grundproblem illustrerat med Carrolls regress

Frågan är alltså vad det är som gör att en slutledning kan ha den anmärkningsvärda egenskapen att leverera bindande grunder eller evidens för sin slutsats när sådan evidens föreligger för premisserna. För att belysa problemets art ska jag återge en berättelse som Lewis Carroll hittat på. Lewis Carroll är ju mest känd som författare till ”Alice i underlandet”. Till sin egentliga profession var han emellertid lektor i matematik i Oxford. Han skrev flera böcker i logik, men som logiker är han nu ihågkommen framför allt för en liten uppsats eller notis som tidskriften *Mind* publicerade 1895. Där iscensätter han ett nytt möte mellan Akilles och Sköldpaddan. Akilles ska få en chans till revansch för att han så snöpligt aldrig hann ikapp Sköldpaddan i den kapplöpning som beskrivs i Zenons paradox. Som bekant hade Sköldpaddan där fått ett försprång, men varje gång Akilles kommer till den punkt där Sköldpaddan nyss befann sig har Sköldpaddan kommit ett litet stycke längre, och detta upprepas i oändlighet.

I det nya mötet mellan Akilles och Sköldpaddan är kampen av ett mer intellektuellt slag och gäller en av de första slutledningarna i Euklides *Elementa*. Dess premiss säger att två sidor i en viss triangel är var för sig lika med en viss tredje sträcka. Slutsatsen är att de två sidorna är sinsemellan lika. Sköldpaddan accepterar premissen, som vi kan kalla för *A*, men anser sig tillsvidare inte för den skull behöva acceptera slutsatsen, som vi kan kalla för *B*. Akilles uppgift är att tvinga Sköldpaddan till det, inte fysiskt men logiskt, med andra ord att visa Sköldpaddan att hon är rationellt förpliktigad att acceptera slutsatsen *B* när hon accepterat premissen *A*. Naturligtvis är Sköldpaddan förpliktigad till det, men frågan är varför hon är det.

Akilles första drag är att be Sköldpaddan att i alla fall acceptera den modaliserade konditionala satsen ”om *A* är sann så måste *B* vara sann”. Sköldpaddan går med på det, men ser fortfarande inte varför hon måste acceptera *B*. Saken är ju nu klar, säger Akilles, för du har accepterat både premissen *A* och premissen ”om *A* är sann så måste *B* vara sann”, och du går väl med på att om båda premisserna är sanna så måste också *B* vara sann. Sköldpaddan går med även på det, men inte på att saken därmed skulle vara klar – varför måste hon acceptera *B*?

Därför att logiken tvingar dig till det, säger Akilles triumferande, du har ju gått med på tre saker – för det första *A*, för det andra ”om *A* är sann så måste *B* vara sann” och för det tredje att om båda dessa premisser är sanna, så måste också *B* vara sann – och logiken säger dig att om dessa tre premisser är sanna så måste också *B* vara sann. Jag vill inte bestrida vad logiken har att säga mig, svarar Sköldpaddan, så jag går med på även denna fjärde premiss, som ju är väsentlig i ditt resonemang – men varför måste jag acceptera *B* när jag gått med på dessa fyra premisser?

Ja, som vi förstår invecklar sig Akilles även denna gång i en oändlig regress, nu i form av ett växande antal premisser, och kommer aldrig fram till att få Sköldpaddan att acceptera slutsatsen *B*.

Vad skulle Akilles ha sagt?

Carrolls uppsats var en smula udda i filosofitidskriften *Mind* och tillhör inte de kanoniska skrifterna i logik. Men den citeras fortfarande flitigt, även nu 120 år efter dess publicering. De flesta som kommenterar den menar att Carroll har pekat på ett viktigt problem. Det råder dock ingen enighet om hur det ska lösas.

Det ska också sägas att många menat att Carroll inte pekat på något egentligt problem. En del menar att Sköldpaddan representerar en oresonlig logisk nihilist som inga rationella argument biter på. Andra menar att den fråga som Sköldpaddan ställer visserligen är berättigad, men att hon borde ha förstått att nöja sig med Akilles första svar och låtit bli att som ett barn upprepa frågan ”varför” i all oändlighet.

Att Sköldpaddans fråga är filosofiskt fullt berättigad borde det inte råda någon oenighet om. Självklart borde filosofin kunna svara på varför en person som godtagit premisserna i en slutledning är rationellt förpliktigad till att godta även slutsatsen i de fall hon är det.

Problemet kan skärpas litet på ett sätt som passar mitt ärende här. Uppgiften att visa Sköldpaddan att hon är förpliktigad att godta slutsatsen kan ersättas med uppgiften att åtminstone visa att hon är berättigad att hävda den, med andra ord att hon har en tillräcklig grund för ett hävdande. Det är en något enklare uppgift, men dialogen mellan Akilles och Sköldpaddan kan i övrigt fortsätta i stort sett oförändrad, och det är lätt att se att Akilles strategi är otillräcklig även när hans uppgift förenklats på detta sätt.

Strategin är som vi sett att påpeka att om de premisser som kommer på tal i dialogen alla är sanna, så måste också slutsatsen vara sann. Den allmänt vedertagna definitionen av vad det innebär att en sats följer (logiskt) eller är en logisk konsekvens av andra satser är just att detta villkor är uppfyllt, och som jag nämnde inledningsvis är detta också den traditionella definitionen av att motsvarande slutledning (alltså den som har satsen ifråga som slutsats och de andra satserna som premisser) är deduktivt giltig. Akilles påpekanden godtas av Sköldpaddan, men strategin fallerar, ty instämmandet leder bara till ett växande antal premisser.

Om någon ifrågasätter en slutsats som man dragit är det normalt att i första hand anföra, såsom Akilles gör, att den ju följer från redan godtagna premisser. Om även detta ifrågasätts så får man försöka argumentera för att slutsatsen följer. Men Sköldpaddan godtar vad Akilles anför. Det är det som kan göra berättelsen förbryllande. Borde inte Sköldpaddan nöja sig med det som Akilles anför såsom förklaring till varför hon är berättigad att hävda slutsatsen?

Men nej, det är lätt att se att det ingalunda är tillräckligt för att ha rätt att hävda en sats att den är en logisk konsekvens av andra satser som man är berättigad att hävda. Vi kan tydliggöra det med ett exempel: Alla teorem i en axiomatisk teori är logiska konsekvenser av axiomen, men trots detta är det få teorem som vi är berättigade att direkt sluta oss till med axiomen som premisser. Om det vore så, skulle även de svåraste teorem kunna bevisas i ett steg. Men så snart teoremet inte ligger epistemiskt mycket nära axiomen, måste vi gå stegvis till väga och genom en serie enklare deduktiva slutledningar bevisa teoremet. Vad krävs då för att ett slutledningssteg ska vara godtagbart eller legitimt i ett deduktivt bevis? Det är den frågan som ställs på sin spets i min version av Carrolls berättelse, men det är uppenbart att det inte räcker att slutsatsen är en logisk konsekvens av premisserna.

Sköldpaddan gör alltså helt rätt i att inte gå med på att det som Akilles anför är en förklaring till varför hon är berättigad att hävda den slutsats det är fråga om; hon godtar det som han anför, men inte att saken därmed är klar. Man kan säga att hon till och med är mycket hjälpsam. Att slutsatsen *B* följer logiskt av premissen A, det vill säga att B måste vara sann om *A* är sann, är visserligen inte tillräckligt för att hon ska vara berättigad att hävda *B*, men om man nu godtar detta samband och tänker sig att man har stöd för det, så uppstår en ny möjlig slutledning i vilken man har två premisser till sitt förfogande från vilka man kanske är berättigad att sluta sig till *B*. Sköldpaddan frågar därför igen vilket skäl hon kan ha att i den nya situationen hävda *B*. Men eftersom Akilles då ger samma slags svar uppstår en regress.

I praktiken råder det sällan någon större oenighet om vilka steg som är legitima i ett deduktivt bevis. En del tar större steg än vad andra kan hänga med i, men det problemet brukar lätt kunna lösas genom att dela upp steget i en serie enklare slutledningar vars legitimitet i stort sett alla är ense om. Man kunde därför tänka sig ett slags psykologiskt-socialt svar på frågan när en slutledning är legitim i ett deduktivt bevis och svara att det är legitimt om de flesta inser att slutsatsen är en logisk konsekvens av premisserna.

Men filosofiskt vill man förstås inte hänvisa till vad de flesta menar. Vi skulle också tycka att det hade varit högst opassande om Akilles hade gjort det, och alltså försökt övertyga Sköldpaddan genom att utöva ett slags grupptryck. För att en slutledning verkligen ska vara legitim i ett deduktivt bevis måste den faktiskt leverera en bindande grund för slutsatsen, givet att sådana grunder föreligger för premisserna, oavsett vad de flesta menar.

Vad Akilles borde ha sagt är alltså att slutledningen från *A* till *B* är deduktivt giltig inte bara i den traditionella bemärkelsen utan också i den starkare betydelsen att den ger Sköldpaddan en bindande grund för slutsatsen *B* och alltså berättigar henne att hävda *B*; vi förutsätter att hon har en bindande grund för den premiss *A* som hon accepterar. Men naturligtvis kan Akilles inte bara påstå det utan han måste också visa att så är fallet. Problemet som då uppstår är att förklara hur en slutledning överhuvudtaget kan ha denna goda egenskap och hur man kan påvisa att egenskapen faktiskt föreligger.

När en slutledning har denna egenskap kan den med rätta sägas vara *deduktivt giltig*, och jag ska i fortsättningen tillåta mig att använda termen i denna starkare bemärkelse. Carrolls berättelse, som han själv inte lämnat några kommentarer till, illustrerar hur det svagare, traditionella giltighetsbegreppet är otillräckligt för syftet att förklara varför man kan vara berättigad att hävda slutsatsen i en slutledning. Men det starkare begreppet ger upphov till problemet att förklara hur det alls kan tillkomma en slutledning.

Vad logiken har att säga

Vad har då logiken att säga om detta problem? Ämnet logik avgränsas litet olika, men det råder allmän enighet om att Aristoteles är dess grundläggare. Han var inte bara den första att tydligt urskilja fenomenet deduktiv slutledning, han började också studera det. Han ådagalade sitt geni genom att samtidigt, utan några egentliga föregångare, fullständigt kartlägga en typ av deduktiva slutledningar eller syllogismer som han kallade dem. Det gjorde han så systematiskt och övertygande att hans resultat i stort sett oförändrat kom att läras ut vid västerländska skolor och universitet, till exempel vid svenska gymnasier, ända långt in på 1900-talet. Aristoteles syllogistik utgjorde vad en skolad person då visste om logik. Man slutade att undervisa om den, då logikens moderna utveckling gjorde att Aristoteles system framstod som ett alltför obetydligt fragment av deduktiva slutledningar.

Att systemet täckte endast ett mycket begränsat slag av deduktiva slutledningar kunde man se redan när Euklides genomförde sin axiomatisering av den dåtida matematiken. Det var en uppgift som Aristoteles hade varit den första att formulera så vitt vi vet, men Euklides löste den, inte genom användning av Aristoteles syllogismer, som var helt otillräckliga för detta syfte, utan genom användning av intuitiva deduktiva resonemang.

Antika och medeltida logiker uppmärksammade många slutledningar som gick utöver de som Aristoteles hade studerat, men lyckades aldrig inordna dem i ett sammanhängande system på det sätt som han hade gjort för sina syllogismer. Först under andra hälften av 1800-talet sker verkliga framsteg i systematiskt avseende. Som logikens andra grundläggare efter Aristoteles räknas den tyske matematikern Frege. Hans arbete fortsattes av den mera allmänt kände filosofen Bertrand Russell.

Logiken kom därefter att under 1900-talet få en mycket stark utveckling. I stort sett alla slutledningar som förekommer inom matematiken blev kartlagda i detalj. Vi kan nu till och med programmera datorer att utföra deduktiva bevis, och därigenom återförpassa reflektiva slutledningar till den automatiska sfären.

Olika slutledningars räckvidd har blivit särskilt studerad. Det mest överraskande resultatet var den österrikiske logikern Kurt Gödels upptäckt att det är i princip omöjligt att på förhand, en gång för alla, ange de slutledningar som behövs för deduktiva bevis inom ett något så när avancerat matematiskt område. Detta gäller redan teorin för addition och multiplikation av de hela talen.

Trots den moderna logikens många imponerande framsteg har den emellertid med några få undantag inte något att säga om det problem som jag formulerat här.[2] Dess två huvudgrenar, bevisteori och modellteori, fokuserar på andra frågor – bevisteorin på bevisbarhet givet bestämda slutledningsregler utan att gå in på deras giltighet i den bemärkelse som jag angett ovan, och modellteorin just på begreppet logisk konsekvens, nu definierat på ett litet annat sätt än det traditionella. I stället för att referera till modaliteten nödvändighet säger man nu att en slutsats är en logisk konsekvens av ett antal premisser, om varje variation av det icke logiska innehållet i satserna som gör premisserna sanna också gör slutsatsen sann. I detta sammanhang ger denna definition ett lika oanvändbart begrepp som det traditionella begrepp logisk följd som Akilles använder sig av (utan att namnge det) i Carrolls berättelse.

Oavsett om vi definierar logisk konsekvens modellteoretiskt eller på traditionellt sätt med hjälp av modala begrepp saknar begreppet en explicit kunskapsteoretisk dimension. I motsats härtill är det starka begreppet deduktiv giltighet som jag pläderar för klart kunskapsteoretiskt och har dynamiska implikationer; tillämpad på redan etablerad kunskap har deduktivt giltiga slutledningar förmågan att ge upphov till ny kunskap. Det är ett sådant begrepp som Akilles behöver för att visa Sköldpaddan att hon är berättigad att hävda *B*.

Aristoteles var i högsta grad medveten om skillnaden mellan den svaga och den starka bemärkelsen av deduktiv giltighet. Det framkommer genom att han skilde på vad han kallade *fullständiga* och *ofullständiga* syllogismer.[3] I en fullständig syllogism gäller, förutom att slutsatsen följer med nödvändighet från premisserna, att det är tillräckligt med de givna premisserna för att nödvändigheten i slutet ska framträda, det vill säga för att slutsatsen ska bli evident. De två begreppen spelade stor roll för honom, bland annat återförde han på olika sätt de ofullständiga syllogismerna på de fullständiga. Han var således helt klar över en grundläggande begreppslig distinktion som den samtida logiken förlorat fokus på, men någon förklaring till vad det är som gör en syllogism fullständig hade han inte.

Oenigheter inom logiken

Jag påstod ovan att det i praktiken råder stor enighet om vilka slutledningar som kan användas i ett deduktivt bevis, och det är nog riktigt att säga att i jämförelse med många andra discipliner föreligger en hög grad av enighet inom logik och matematik. Enigheten är dock långt ifrån total inom samtida logik och matematik. En av de intressantaste kontroverserna gäller hur existensutsagor ska förstås, alltså sådana som säger att det finns ett objekt med en viss egenskap. I så kallad konstruktiv matematik, särskilt såsom den utformades av intuitionisterna i början av 1900-talet, kräver man av ett bevis för en sådan utsaga att det anger hur ett objekt kan konstrueras som har egenskapen ifråga. Det är inte säkert att man kan det ifall man har bevisat utsagan genom ett så kallat reductio ad absurdum, det vill säga genom att först ha antagit motsatsen till det man vill bevisa och därifrån härlett en motsägelse.

Konstruktiv matematik kan därför inte fullt ut godta detta slutledningssätt, som har varit vanligt i matematiken och användes redan i det antika Grekland. Den form av reductio där man först antar en utsaga *A*, härleder en motsägelse därifrån och sedan sluter sig till negationen av *A* är oproblematisk och godtas av båda parterna. Den form som konstruktivister måste förkasta är den där man först antar en negerad utsaga, icke-*A*, härleder en motsägelse därifrån och så sluter sig till *A*.

Konstruktivisterna kan då inte heller godta att två negationer tar ut varandra: om man från ett antagande av formen icke-*A* härlett en motsägelse så har ju antagandet motbevisats och alltså gäller icke-icke-*A* – om man därifrån skulle sluta sig till *A* så har man fått tillbaka den förkastade formen av reductio. Lagen om det uteslutna tredje, det vill säga att för varje utsaga gäller antingen den eller dess negation, måste också förkastas, ty från de två premisserna ”*A* eller icke-*A*” och ”icke-icke-*A*” följer ju *A* med den slags slutledning som Krysippos hund använde sig av och som också konstruktiv logik godtar.

Konstruktiv logik leder således till en annan logik än den vanliga, vad man numera brukar kalla klassisk logik. Vill man ta ställning till sådana oenigheter leds man igen in på det problem som jag tagit upp här om vad det är som gör en slutledning deduktivt giltig.

En antydan om problemets lösning

Jag har här tagit upp en fråga om slutledningars deduktiva giltighet som man kan tycka måste vara fundamental i logiken, men som vanligen inte ställs, än mindre besvaras inom samtida logik. I vanliga framställningar av logik finner man alltså föga av de frågor som jag här tagit upp. I en kort föreläsning av detta slag kan jag inte komma mycket längre än till att på detta sätt peka ut och beskriva ett grundläggande men allmänt förbisett problem.

Avslutningsvis vill jag dock mycket kort säga något om vad jag själv anser om hur problemet ska angripas. Man kan fråga sig om en slutlednings deduktiva giltighet, definierad antingen på det traditionella sättet eller på det sätt som jag förordar, på något sätt är objektivt given oberoende av oss, eller om giltigheten snarare är ett uttryck för våra egna konventioner och alltså är något som vi själva skapat. Båda uppfattningarna har haft sina förespråkare och har en viss begränsad rimlighet.

Det är klart att giltigheten hos en slutledning måste till en viss del bero på den innebörd vi lägger i de uttryck som förekommer där. Hur meningen hos en sats är bestämd är emellertid kontroversiellt. Jag bygger här vidare på idéer som framförts av den tyske logikern Gerhard Gentzen på 1930-talet, och tänker mig att meningen hos en sats är bestämd av vad vi räknar som en direkt grund för att hävda den. Enligt denna tanke är innebörden av till exempel en konjunktion, alltså en sammansatt sats av formen ”*A* och *B*”, bestämd av att en direkt grund för att hävda den fås genom att lägga samman en grund för att hävda *A* och en grund för att hävda *B*. Den enkla slutledning som går från de två premisserna *A* och *B* till slutsatsen ”*A* och *B*” är därmed trivialt giltig: Har vi grunder för att hävda premisserna kan vi lägga samman dem, och har då enligt vad vi menar med en konjunktion en grund för att hävda slutsatsen.

Kan vi tänka oss att för alla deduktivt giltiga *enkla* slutledningar, alltså sådana som inte kan delas upp i en kedja av ännu enklare slutledningar, är deras giltighet på det här sättet helt enkelt ett uttryck för den innebörd vi lägger i de ord som ingår i slutledningen? Det skulle helt trivialisera giltigheten hos alla enkla slutledningarna; den skulle inte bestå av annat än språkliga konventioner. Men tanken är orimlig. Man kan inte rimligen försvara vilken enkel slutledning som helst som man vill använda sig av genom att säga att det är så jag förstår slutsatsen. Godtyckliga konventioner om vad som räknas som grunder för hävdanden behöver inte ge dem en begriplig innebörd. Konventionerna får till exempel inte strida mot varandra.

Det är alltså endast vissa mycket enkla slutledningar av det slag som jag nyss gav exempel på som rimligen kan uppfattas som meningsgivande och som därigenom blir trivialt giltiga. Giltigheten hos andra slutledningar måste sökas på annat sätt. Mitt förslag är att slutledningar ska uppfattas som operationer på möjliga grunder för deras premisser. Det visar sig nämligen vara möjligt att åtminstone för slutledningar som vi utifrån en konstruktivistisk utgångspunkt räknar som legitima ange operationer som transformerar de grunder vi kan ha för premisserna till grunder för slutsatserna. Om vi uppfattar en slutledning som en operation som vi mentalt utför på de grunder vi har för premisserna, så kan vi identifiera de deduktivt giltiga slutledningarna med sådana operationer som ger som resultat bindande grunder för slutsatserna när de appliceras på bindande grunder för premisserna. Det skulle förklara hur och varför en deduktivt giltig slutledning ger oss en bindande grund för sin slutsats givet att vi har sådana för premisserna.

För att göra denna idé fullt begriplig och plausibel måste man förstås ange sådana operationer, vilket inte finns utrymme för här.[4] Jag får därför sluta med denna antydan om en möjlig väg på vilken man kunde klargöra hur giltiga deduktiva slutledningar ger bindande grunder för sina slutsatser.

Föredrag den 2 juni 2015

NOTER

1. I en kommande monografi studerar den svenske filosofen Per-Erik Malmnäs framväxten av explicita slutledningar i den grekiska litteraturen alltifrån de förvånansvärt välutvecklade argumenten i *Iliaden* för olika aktörers handlingar.
2. Två undantag är den i Holland verksamma svenske logikern Göran Sundholm och den amerikanske filosofen Paul Boghossian.
3. Jag använder mig här av en översättning av de latinska termerna *perfectus* och *imperfectus* som Per-Erik Malmnäs föreslår i en kommande översättning av Aristoteles *Analytica priora*. På engelska säger man vanligen att syllogismen är *perfect* respektive *imperfect*.
4. Idén utvecklas i min uppsats ”Explaining Deductive Inference” publicerad i volymen *Dag Prawitz on Proofs and Meaning* (Outstanding Contributions to Logic, vol. 7), red. H. Wansing, Springer 2015.